

В.П. НАДУТЫЙ, докт. техн. наук, проф.,

В.И. ЕЛИСЕЕВ, канд. физ.-мат. наук, ст. научн. сотрудн.,

В.И. ЛУЦЕНКО, канд. техн. наук, ст. научн. сотрудн.,

И.П. ХМЕЛЕНКО, инж. 1 кат., ИГТМ НАН Украины, г. Днепропетровск

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАВНОВЕСНОГО СОСТОЯНИЯ ТОНКОГО СЛОЯ СМАЧИВАЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ В КВАДРАТНОЙ ЯЧЕЙКЕ СИТА ГРОХОТА

Досліджений рівноважний стан змочуючої рідини тонкого шару в чарунці сита грохота. Вивчено поведінку перепаду тиску в чарунці залежно від положення шару рідини.

The equilibrium state of moistening liquid of thin layer in the cell of screen's sieve is explored. The conduct of overfull of pressure in a cell depending on position of layer of liquid is studied.

Введение. Эффективность процессов обезвоживания пористых и сыпучих материалов определяется по остаточной массе жидкости, которая, в случае использования мелкоячеистых сит, может зависеть, в том числе, и от сил капиллярного взаимодействия жидкости с твердой поверхностью в ячейке сита. Для сит с круглыми ячейками в полной постановке эти вопросы были рассмотрены в [1, 2], где было показано, что теоретически капиллярными силами в круглой ячейке могут удерживаться достаточно значимые по величине массы жидкости.

Целью исследований является определение: равновесного состояния в квадратной ситовой ячейке сита грохота, покрытой тонким слоем несмачивающей жидкости; влияния перепада давления на равновесное состояние мениска жидкости в ячейке.

В реальных условиях просеивающие сетки обезвоживающих устройств, как правило, состоят из ячеек квадратного сечения. Для изучения вопроса равновесного состояния слоя жидкости в квадратной ячейке воспользуемся теорией Лапласа [3], устанавливающей взаимосвязь силовых характеристик на границе поверхности с ее геометрическими особенностями, в частности, с кривизной. Общее выражение для средней кривизны поверхности в декартовой системе координат определяется из уравнения, которое можно получить из уравнений дифференциальной геометрии [4]:

$$\frac{1}{R} = \left(1 + \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 \right)^{-3/2} \cdot \left\{ \left[1 + \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} + \left[1 + \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right\} \quad (1)$$

где x, y – система координат; h – поверхность.

Рассмотрим задачу, подобную решенным в [1, 2] для осесимметричного случая. Для получения качественных зависимостей и понимания процесса введем упрощение – отбросим нелинейные члены в выражении (1). Это значительно упростит задачу и даст возможность получения простых выражений, удобных для анализа.

Смачивающая жидкость. Тонкая пленка в ячейке. В случае тонкой пленки смачивающей жидкости (рис. 1) имеем две поверхности верхнюю и нижнюю.

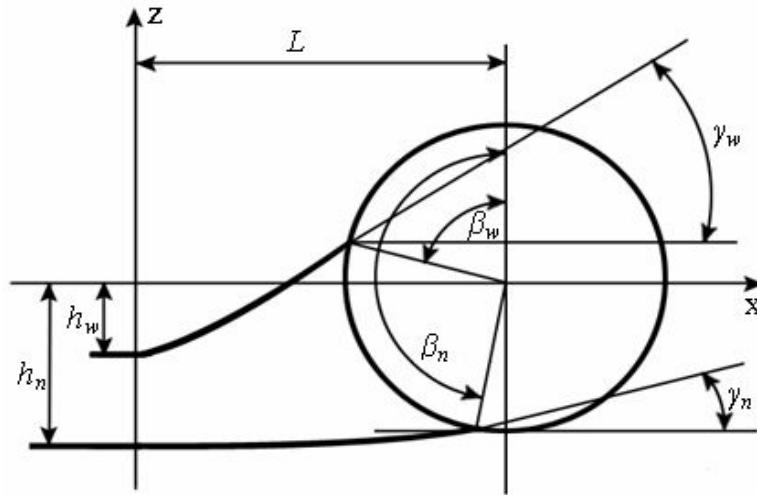


Рис. 1. Расчетная схема равновесия тонкого слоя смачивающей жидкости в ячейке капиллярной сетки

Рассмотрим задачу о статическом положении такой пленки при различных перепадах давления. В этом случае уравнения имеют следующий вид

$$\left(h_{wxx}'' + h_{wyy}'' \right) - \frac{\rho g}{\sigma} \left(h_w + \frac{p_w - p_0}{\rho g} \right) = 0, \quad (2)$$

$$\left(h_{nxx}'' + h_{nyy}'' \right) + \frac{\rho g}{\sigma} \left(h_n + \frac{p_n - p_0}{\sigma} \right) = 0, \quad (3)$$

где индексы 'w' и 'n' обозначают верхнюю и нижнюю поверхности, p_w , p_n , p_0 – давления, соответственно сверху над пленкой, снизу под пленкой и в ячейке в нулевой плоскости, ρ – плотность жидкости; σ – коэффициент поверхностного натяжения; g – ускорение свободно падающего тела; штрих означает производную по координате, соответствующую нижнему индексу.

После преобразований, получим следующие выражения для перепадов давления:

$$\frac{1}{2}Bo \frac{R_W}{L} \left(\cos\beta_{w0} + \frac{p_w - p_0}{\rho g R_W} \right) \left(1 - \sin\beta_{w0} \frac{R_W}{L} \right) = \frac{\sin\beta_{w0} - \operatorname{tg}\alpha \cdot \cos\beta_{w0}}{\cos\beta_{w0} + \operatorname{tg}\alpha \cdot \sin\beta_{w0}}, \quad (4)$$

$$\frac{1}{2}Bo \frac{R_W}{L} \left(\cos\beta_{n0} + \frac{p_n - p_0}{\rho g R_W} \right) \left(1 - \sin\beta_{n0} \frac{R_W}{L} \right) = -\frac{\sin\beta_{n0} + \operatorname{tg}\alpha \cdot \cos\beta_{n0}}{\cos\beta_{n0} - \operatorname{tg}\alpha \cdot \sin\beta_{n0}}. \quad (5)$$

где L – полуширина ячейки; R_W – радиус волокна; $Bo = \frac{\rho g L^2}{\sigma}$ – число Бонда.

Исключая из этих выражений p_0 , получим следующую формулу для определения перепада давления в зависимости от положения пленки в ячейке

$$\frac{p_w - p_n}{\rho g R_W} = -(\cos\beta_{w0} - \cos\beta_{n0}) + 2Bo^{-1} \frac{L}{R_W} \cdot \left[\left(1 - \sin\beta_{w0} \frac{R_W}{L} \right)^{-1} \frac{\sin\beta_{w0} - \operatorname{tg}\alpha \cdot \cos\beta_{w0}}{\cos\beta_{w0} + \operatorname{tg}\alpha \cdot \sin\beta_{w0}} + \left(1 - \sin\beta_{n0} \frac{R_W}{L} \right)^{-1} \frac{\sin\beta_{n0} + \operatorname{tg}\alpha \cdot \cos\beta_{n0}}{\cos\beta_{n0} - \operatorname{tg}\alpha \cdot \sin\beta_{n0}} \right] \quad (6)$$

где $\alpha = 180 - \theta$, θ – краевой угол смачивания, β_{n0} и β_{w0} – углы показаны на рис. 1.

Чтобы определить максимальную величину перепада, положим $\beta_{n0} = \pi$, тогда

$$\frac{p_w - p_n}{\rho g R_W} = -(1 + \cos\beta_{w0}) + 2Bo^{-1} \frac{L}{R_W} \cdot \left[\left(1 - \sin\beta_{w0} \frac{R_W}{L} \right)^{-1} \frac{\sin\beta_{w0} - \operatorname{tg}\alpha \cdot \cos\beta_{w0}}{\cos\beta_{w0} + \operatorname{tg}\alpha \cdot \sin\beta_{w0}} + \operatorname{tg}\alpha \right]. \quad (7)$$

Для соответствующих углов можно найти также нижние точки поверхностей

$$\frac{h_w(0,0)}{R_w} = \cos\beta_{w0} - \frac{1}{2} \left(\frac{L}{R_w} - \sin\beta_{w0} \right) \frac{\sin\beta_{w0} - \operatorname{tg}\alpha \cdot \cos\beta_{w0}}{\cos\beta_{w0} + \operatorname{tg}\alpha \cdot \sin\beta_{w0}}, \quad (8)$$

$$\frac{h_n(0,0)}{R_w} = \cos\beta_{n0} - \frac{1}{2} \left(\frac{L}{R_w} - \sin\beta_{n0} \right) \frac{\sin\beta_{n0} + \operatorname{tg}\alpha \cdot \cos\beta_{n0}}{\cos\beta_{n0} - \operatorname{tg}\alpha \cdot \sin\beta_{n0}}. \quad (9)$$

При $\beta_{n0} = \pi \frac{h_n(0,0)}{R_w} = - \left[1 + \frac{1}{2} \frac{L}{R_w} \operatorname{tg}\alpha \right]$, что для наших размеров составляет значение -1.75. На рис. 2 и рис. 3 приведены кривые $\frac{\Delta p}{\rho g R_w}$ и $\frac{h(0,0)}{R_w}$ в зависимости от β_{w0} .

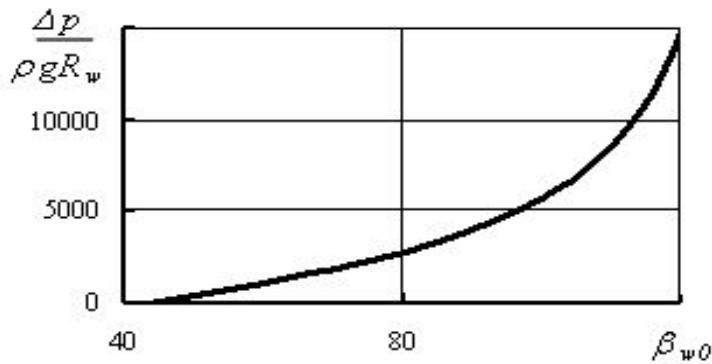


Рис. 2. Перепад давления тонкого слоя смачивающей жидкости ($\alpha = 45^\circ$) в ячейке при различных углах β_{w0} ($\beta_{n0} = 180^\circ$)

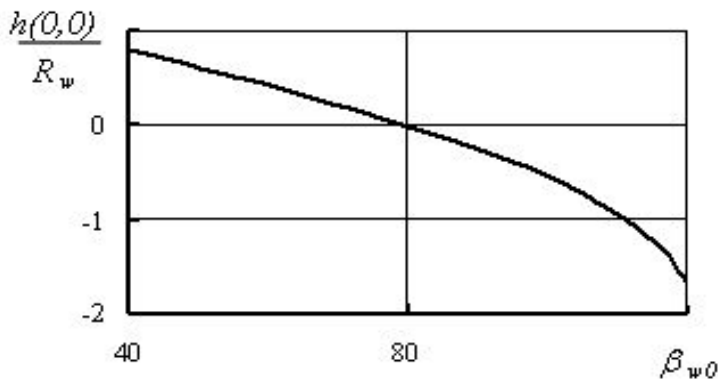


Рис. 3. Нижняя точка мениска тонкого слоя смачивающей жидкости ($\alpha = 45^\circ$) в ячейке при различных β_{w0} ($\beta_{n0} = 180^\circ$)

Из расчетов следует, что перепад давления между верхней стороной ячейки и нижней приводит к тому, что пленка, искривляясь, занимает соответствующее положение, удерживающее этот перепад.

Выводы.

1. Когда нижняя поверхность пленки займет предельное положение ($\beta_{n0} = \pi$), положение верхней поверхности будет зависеть от объема слоя, который однозначно связан с β_{w0} . На рис. 3 показано опускание нижней части верхнего мениска при $\beta_{n0} = \pi$ для различных углов β_{w0} . Соответствующее изменение перепада давления на поверхностях показано на рис. 2. Из него видно, что величина перепада довольно быстро растет. Его рост продолжается до того момента, когда нижняя часть верхнего мениска не достигнет предельной величины для нижнего мениска. Это соответствует значению угла $\beta_{w0} \approx 120^\circ$. В реальности, конечно, такое приближение менисков приводит к неустойчивости пленки и ее разрыву. Момент разрыва наступает значительно раньше, чем указанное значение угла β_{w0} . Если использовать максимальное значение, показанное на графике для перепада давления, то получим оценку перепада $\Delta p \approx 7350 H / m^2$, эта величина соответствует значению $H_0 / R_w \approx 15000$. Таким образом, узкий слой является достаточно прочным, чтобы выдерживать значительные перепады давлений и, соответственно, воздействие больших нагрузок.

2. Полученные аналитические решения распространяются на очень малые значения числа Бонда, которые, однако, имеют место в теории капиллярных явлений в реальных ячейках. Оценки качественно характеризуют состояния статических и медленно изменяющихся слоев жидкости в квадратных ячейках.

Полученные результаты могут найти применение при изучении различных этапов технологического процесса обезвоживания сыпучих материалов.

Список литературы: 1. *Елисеев В.И.* Равновесные слои жидкости в капиллярной ситовой ячейке / [В.И. Елисеев, В.И. Луценко, В.П. Надутый, И.П. Хмеленко] // Геотехническая механика. – 2008. – Вып. 74. – С. 44 – 54. 2. *Надутый В.П.* Результаты исследования равновесного состояния жидкости в ячейке сита обезвоживающего грохота / [В.П. Надутый, В.И. Елисеев, В.И. Луценко, И.П. Хмеленко] // Вібрації в техніці та технологіях. – 2009. – № 3(55). – С. 77 – 80. 3. *Финн Р.* Равновесные капиллярные поверхности. Математическая теория. / Р. Финн. – М.: Мир, 1989. – 312 с. 4. *Смирнов В.И.* Курс высшей математики: в 5 т. / В.И. Смирнов. – М.: Наука, 1974. – Т. 2. – 656 с.